

Gleichstrom

Ohm'sches Gesetz $U = R \cdot I$

Leitwert [S;mhO] $G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U}$

Ladung [C] $Q = I \cdot t$

Widerstand im Kabel $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

Widerstände – Reihenschaltung

$$R_G = R_1 + R_2 + \dots$$

$$U_G = U_1 + U_2 + \dots$$

$I = \text{konstant}$

Widerstände – Parallelschaltung

$$\frac{1}{R_G} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \quad R_G = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_G = I_1 + I_2 + \dots$$

$U = \text{konstant}$

Temperaturabhängigkeit

$$R(T) = R_{20} \cdot (1 + \alpha \Delta T + \beta \Delta T^2 + \dots)$$

$$\Delta T = T - 20^\circ\text{C}$$

1. Kirchhoff'sches Gesetz: Knotenregel $\sum I = 0$

In einem Knotenpunkt (Stromverzweigung) ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der abfließenden Ströme.

2. Kirchhoff'sches Gesetz: Maschenregel $\sum U = 0$

Die Summe aller Spannungen längs eines beliebig geschlossenen Stromkreises einer Masche ist gleich Null.

Leistung $P = U \cdot I$ oder auch $P = \frac{U^2}{R}$; $P = R \cdot I^2$

Verlustleistung $P_V = P_{zu} - P_{ab}$

Arbeit $W = P \cdot t$; $W = \frac{\text{Umdrehungen}}{\text{Zählerkonstante}}$;
 $P = \frac{\text{Umdrehungen/h}}{\text{Zählerkonstante}}$

Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{Nutz}}{P_{Ges}}$

Kondensator

Elektrisches Feld $E = \frac{U}{d}$

Kapazität $C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$ $\epsilon = \text{Dielektrizitätskonstante}$

Parallelschaltung $C_G = C_1 + C_2 + \dots$

Reihenschaltung $\frac{1}{C_G} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$; $C_G = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

Beziehungen zwischen Spannung und Strom am Kondensator

$$I_c = C \cdot \frac{du}{dt} \text{ bzw. } U_c = \frac{1}{C} \int I dt$$

Ladung $Q = C[\text{Farad}] \cdot U[\text{Volt}]$

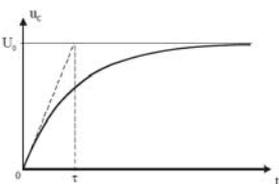
Energie des geladenen Kondensators $W = \frac{C \cdot U^2}{2}$

Ladung

$$U_c = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

$$I_c = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

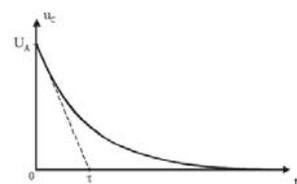
$$\tau = R \cdot C$$



Entladung

$$U_c = U_A \cdot e^{-t/\tau}$$

$$I_c = \frac{U_A}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$



$\tau \rightarrow$ Anfangssteigung der Kurve \rightarrow Schnittpunkt mit der Zeitachse

Spule

Reihenschaltung $L_G = L_1 + L_2 + \dots$

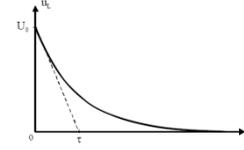
Parallelschaltung $\frac{1}{L_G} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$; $L_G = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$

Ladung

$$U_L = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$I_L = \frac{U_0}{R} \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

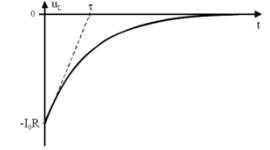
$$\tau = \frac{L}{R}$$



Entladung

$$U_L = -R \cdot I_A \cdot e^{-t/\tau}$$

$$I_L = I_A \cdot e^{-t/\tau}$$



Die Ersatzspannungsquelle

Jedes spannungsführende Netzwerk kann zwischen zwei beliebigen Punkten belastet werden.

Reale Spannungsquelle:

a) Ermitteln der Klemmenspannung der Original Quelle für den unbelasteten Fall U_{KL} ($I = 0$; offene Klemmen). Diese Spannung muss gleich U_0 der Ersatzspannungsquelle sein.

$$I = 0 \rightarrow U_{KL} = U_0 - R_i \cdot 0 = U_0$$

b) Ermitteln des Kurzschlussstromes I_K der Original Quelle.

$$U_{KL} = 0 \rightarrow U_{KL} = 0 = U_0 - R_i \cdot I_K \rightarrow I_K = \frac{U_0}{R_i}$$

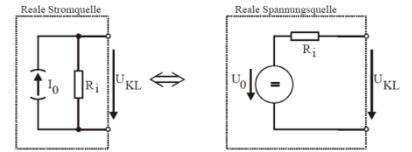
c) Bestimmung des Innenwiderstandes der

Ersatzspannungsquelle aus U_0 und I_K aus $R_i = \frac{U_0}{I_K}$

Reale Stromquelle:

analog zur realen Spannungsquelle, jedoch ist R_i parallel zu I_0

Konvertierung mit $U_0 = R_i \cdot I_0$ (R_i bei beiden gleich)



Leistungsanpassung und Wirkungsgrad

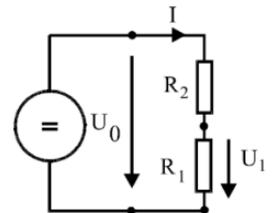
$R_a = R_i$ bei Leistungsanpassung (max. Leistung $\eta = 50\%$)

$\eta = \frac{R_a}{R_a + R_i}$ (reale Spannungsquelle) η ist groß für $R_i \rightarrow 0$

Spannungsteiler

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_0$$

$$U_A = \frac{\alpha}{270^\circ} \cdot U_E \text{ (Potentiometer)}$$



Die Spule, magnetische Wirkung

- magnetische Feldstärke beim Stromdurchflossenen Leiter

$$H = \frac{I}{2 \pi r} \rightarrow H = \text{magn. Feldstärke in A/cm}$$

- magnetische Feldstärke in der Magnetspule

$$H = \frac{\theta}{l} = \frac{I \cdot n}{l} \rightarrow I \text{ beim Ringkern} = 2 \pi r; n = \text{Windungszahl}$$

$\Theta = I \cdot n \rightarrow$ elektrische Durchflutung

- magnetische Induktion (Flussdichte)

$$B[\text{Tesla}] = \mu \cdot H \text{ mit } \mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

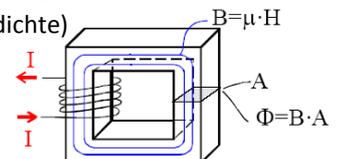
$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

- magnetischer Fluss

$$\phi[\text{Vs}] = B \cdot A$$

- Induktivität der langen Spule

$$L[\text{Henry}] = n^2 \cdot \mu \cdot \frac{A}{l}$$



Wechselstromtechnik

Widerstand

$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t); i(t) = \hat{i} \sin(\omega t); p(t) = \hat{p} \sin^2(\omega t)$$

$$\text{mittlere Leistung } P = \frac{\hat{p}}{2}$$

$$\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{eff}} \quad \hat{i} = \sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \quad I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

^ = Spitzenspannung/strom/leistung

U / I / P sind Effektivwerte

Frequenz, Periodendauer, Kreisfrequenz

$$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f} \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Ohm'sches Gesetz für Wechselstrom

$$U = Z \cdot I$$

Z = Scheinwiderstand (Impedanz) in Ω

R = Wirkwiderstand in Ω

X_L = Induktiver Blindwiderstand L in Henry $\frac{Vs}{A}$

X_C = Kapazitiver Blindwiderstand C in Farad $\frac{As}{V}$

Kondensator $U = I \cdot X_C \quad U = \frac{I}{\omega \cdot C}$

$$i(t) = \hat{i} \sin(\omega t + 90^\circ)$$

Der Strom eilt der Spannung um 90° voraus,

Phasenverschiebung beträgt $\varphi = +90^\circ$.

Wechselstromwiderstand $X_C = \frac{U_C}{I_C}; X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$

Spule $U = I \cdot X_L \quad U = I \cdot \omega \cdot L$

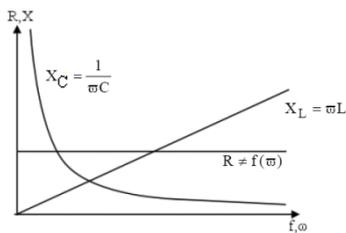
$$i(t) = \hat{i} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

Der Strom eilt der Spannung um 90° nach,

Phasenverschiebung beträgt $\varphi = -90^\circ$.

Wechselstromwiderstand $X_L = \frac{U_L}{I_L}; X_L = \omega \cdot L$

Frequenzabhängigkeit des Widerstandes von R, L und C



Reihenschaltung R und C

$$U = Z \cdot I$$

$$U_R = R \cdot I \quad U_C = X_C \cdot I$$

$$U_G = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

Reihenschaltung R und L

$$U = Z \cdot I$$

$$U_R = R \cdot I \quad U_L = X_L \cdot I$$

$$U_G = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Reihenschaltung R, L und C

$$U = Z \cdot I$$

$$U_R = R \cdot I \quad U_L = X_L \cdot I \quad U_C = X_C \cdot I$$

$$U_G = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Resonanzfrequenz

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ bei } X_C = X_L \rightarrow Z = R$$

Parallelschaltung R, L und C

$$I_G = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} \quad \frac{1}{Z_G} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

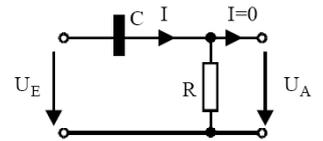
$$Y_G = \sqrt{G^2 + (Y_C - Y_L)^2} \quad \text{mit } Y_G = \frac{1}{Z_G}; G = \frac{1}{R}; Y_C = \frac{1}{X_C}; Y_L = \frac{1}{X_L}$$

Hochpass

$$U_A = U_E \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = U_E \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}$$

U_A gegen 0 bei $\omega \rightarrow 0$

$U_A = U_E$ bei $\omega \rightarrow \infty$

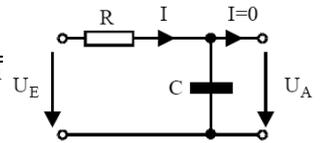


Tiefpass

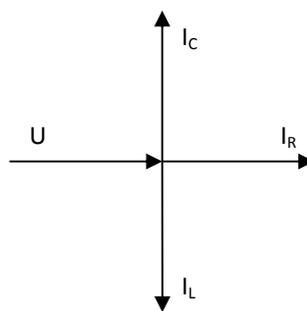
$$U_A = U_E \cdot \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = U_E \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega C)^2 R^2 + 1}}$$

$U_A = U_E$ bei $\omega \rightarrow 0$

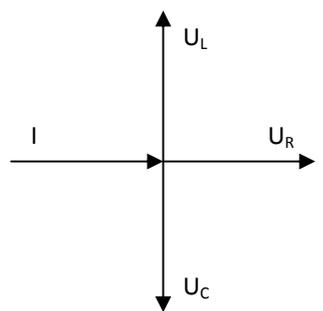
U_A gegen 0 bei $\omega \rightarrow \infty$



Parallelschaltung



Reihenschaltung



Leistung

Scheinleistung [VA]

Blindleistung [var]

Wirkleistung [W]

$$S = U \cdot I \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Transformator

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

bei $P_{zu} = P_{ab}$ gilt $\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}$

Mehrphasennetze

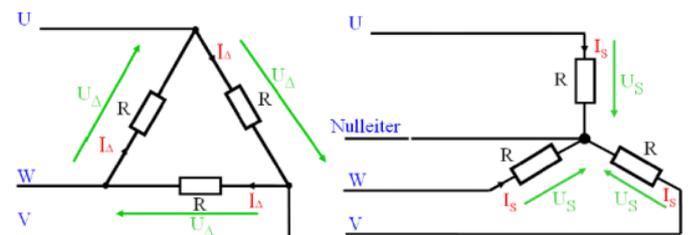
Drehstromleistung (U ist Außenleiterspannung)

Scheinleistung $S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$

Blindleistung $Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi$

Wirkleistung $P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$

Symmetrisches Dreiphasennetz



Dreieckschaltung

$$U = U_{\text{str}}$$

$$I = \sqrt{3} \cdot I_{\text{str}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U}{Z}$$

Sternschaltung

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{\text{str}}$$

$$I = I_{\text{str}} = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z}$$

Leistung pro Widerstand

$$P_{\text{Str}} = U_{\text{Str}} \cdot I_{\text{Str}} \cdot \cos \varphi_{\text{str}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Grundeinheiten

Mega [M] = 10^6 Milli [m] = 10^{-3} Nano [n] = 10^{-9}
 Kilo [K] = 10^3 Mikro [μ] = 10^{-6} Piko [p] = 10^{-12}